

# Indice

<b>1</b>	<b>EQUAZIONI DIFFERENZIALI</b>	<b>3</b>
1.1	Equazioni fisicamente significative . . . . .	3
1.1.1	A cosa servono? . . . . .	3
1.1.2	Legge di Newton . . . . .	3
1.1.3	Legge di Hooke . . . . .	4
1.1.4	Pendolo semplice . . . . .	5
1.1.5	Moto armonico semplice . . . . .	6
1.2	Alcune ED lineari di ordine 2 a coeff. costanti . . . . .	7
1.2.1	Massa-molla-ammortizzatore . . . . .	7
1.2.2	Oscillazioni smorzate libere . . . . .	8
1.2.3	Oscillazioni forzate . . . . .	9
1.2.4	Risonanza . . . . .	10
1.2.5	Battimenti . . . . .	10
1.3	Soluzione di ED lineari di ordine 2 a coeff. costanti . . . . .	12
1.3.1	Equazioni omogenee . . . . .	12
1.3.2	Soluzione generale dell'equazione omogenea . . . . .	12
1.3.3	Equazioni non omogenee . . . . .	13
1.3.4	Soluzioni particolari . . . . .	13
1.3.5	Problema di Cauchy . . . . .	14
1.3.6	Problema di Cauchy con equazione omogenea . . . . .	14
1.3.7	ED non omogenea con costante . . . . .	15
1.3.8	ED non omogenea con forzante armonica . . . . .	16
<b>2</b>	<b>CALCOLO VETTORIALE</b>	<b>19</b>
2.1	Vettori applicati . . . . .	19
2.1.1	Richiami teorici . . . . .	19
2.1.2	Problemi . . . . .	20
2.2	Sistemi di vettori applicati . . . . .	22
2.2.1	Richiami . . . . .	22
2.2.2	Equivalenza e riducibilità . . . . .	22
2.2.3	Centro di un sistema di vettori applicati paralleli . . . . .	23
2.2.4	Problemi sui sistemi di vettori applicati . . . . .	23
2.3	Torsori . . . . .	27
2.3.1	Richiami . . . . .	27

<b>3</b>	<b>CINEMATICA del PUNTO</b>	<b>29</b>
3.1	Traiettorie e legge oraria . . . . .	29
3.1.1	Equazioni del moto . . . . .	29
3.1.2	Parametro ascissa curvilinea . . . . .	29
3.1.3	Velocità . . . . .	30
3.1.4	Accelerazione . . . . .	31
3.1.5	Triedro fondamentale e accelerazione . . . . .	31
3.1.6	Significato geometrico della curvatura . . . . .	32
3.1.7	Piano osculatore locale . . . . .	33
3.1.8	Problemi di cinematica del punto . . . . .	33
3.2	Moti Piani . . . . .	36
3.2.1	Generalità . . . . .	36
3.2.2	Moti centrali . . . . .	38
3.2.3	Formula di Binet . . . . .	38
3.2.4	Problemi sui moti piani . . . . .	39
3.3	Composizioni di moti simultanei – 1 . . . . .	40
<b>4</b>	<b>STATICA del PUNTO</b>	<b>41</b>
4.1	Equazioni della statica . . . . .	41
4.1.1	Condizioni di equilibrio . . . . .	41
4.1.2	Problemi su condizioni di equilibrio . . . . .	41
4.2	Attrito . . . . .	43
4.2.1	Generalità . . . . .	43
4.2.2	Legge di Coulomb dell'attrito statico . . . . .	43
4.2.3	Attrito dinamico . . . . .	45
4.2.4	Attrito volvente . . . . .	45
4.2.5	Resistenza di mezzo . . . . .	46
4.2.6	Attrito statico – Problemi . . . . .	46
4.2.7	Attrito dinamico – Problemi . . . . .	47
<b>5</b>	<b>DINAMICA del PUNTO</b>	<b>51</b>
5.1	Moti con forza centrale . . . . .	51
<b>6</b>	<b>CINEMATICA dei MOTI RIGIDI</b>	<b>53</b>
6.1	Richiami teorici . . . . .	53
6.1.1	Definizioni . . . . .	53
6.1.2	Campo velocità . . . . .	53
6.1.3	Direzioni solidali fisse nello spazio . . . . .	54
6.1.4	Campo accelerazione . . . . .	54
6.2	Problemi . . . . .	55
6.2.1	Moti rigidi particolari . . . . .	55
6.2.2	Composizioni di moti e di atti di moto rigidi . . . . .	55
6.2.3	Atti di moto rigido . . . . .	57
6.2.4	Asse di Mozzi . . . . .	59
6.2.5	Disco rigido che rotola senza strisciare . . . . .	61

<b>7</b>	<b>MOTI RELATIVI</b>	<b>67</b>
7.1	Richiami teorici . . . . .	67
7.2	Problemi . . . . .	68
7.2.1	Punto mobile su piano in caduta libera . . . . .	68
7.2.2	Punto mobile su una retta in un piano rotante . . . . .	70
7.2.3	Punto mobile su un asse di una terna rototraslante . . . . .	71
7.2.4	Punto mobile su un asse solidale a disco rotolante . . . . .	72
7.3	Composizioni di moti simultanei – 2 . . . . .	73
7.3.1	Premessa . . . . .	73
7.3.2	Moti armonici simultanei su due rette ortogonali . . . . .	74
<b>8</b>	<b>GEOMETRIA delle MASSE</b>	<b>75</b>
8.1	Massa e baricentro . . . . .	75
8.1.1	Definizioni . . . . .	75
8.1.2	Proprietà del baricentro . . . . .	76
8.1.3	Calcolo di baricentri di figure omogenee . . . . .	76
8.1.4	Baricentro di asta non omogenea . . . . .	79
8.2	Momenti d'inerzia . . . . .	80
8.3	Calcolo di momenti d'inerzia . . . . .	80
8.3.1	Aste . . . . .	80
8.3.2	Lamine rettangolari . . . . .	83
8.3.3	Triangolo omogeneo . . . . .	85
8.3.4	Arco e zone di disco materiali omogenei . . . . .	86
8.3.5	Momenti d'inerzia per corpi con foro . . . . .	90
8.4	Tensore d'inerzia . . . . .	92
8.5	Problemi . . . . .	94
8.5.1	Lamina rettangolare . . . . .	96
8.5.2	Lamina rettangolare: calcolo di momenti col tensore d'inerzia . . . . .	98
8.5.3	Strutture giroscopiche in lamina quadrata omogenea . . . . .	98
8.5.4	Pluriquadrato giroscopico . . . . .	99
<b>9</b>	<b>CINEMATICA delle MASSE</b>	<b>101</b>
9.1	Richiami di teoria . . . . .	101
9.1.1	Definizioni . . . . .	101
9.1.2	Teoremi generali . . . . .	101
9.1.3	Teoremi per il corpo rigido . . . . .	102
9.2	Problemi . . . . .	104
9.2.1	Asta scorrevole e rotante intorno a $G$ . . . . .	104
9.2.2	Disco che rotola . . . . .	105
9.2.3	Semidisco che rotola . . . . .	106
9.2.4	Due aste incernierate . . . . .	107
9.2.5	Disco con asta rotolante in piano verticale . . . . .	108
<b>10</b>	<b>VINCOLI</b>	<b>111</b>
10.1	Vincoli bilaterali . . . . .	111
10.1.1	Richiami teorici . . . . .	111
10.1.2	Esempi: spostamenti . . . . .	111
10.1.3	Spostamenti virtuali . . . . .	112
10.1.4	Esempi: spostamenti virtuali in coordinate libere . . . . .	112

10.1.5	Spostamenti elementari in coordinate libere . . . . .	113
10.2	Vincoli unilaterali . . . . .	113
10.2.1	Richiami teorici . . . . .	113
10.2.2	Problemi su vincoli unilateri . . . . .	114
<b>11</b>	<b>FORZE, LAVORO, POTENZIALE, ENERGIA</b>	<b>117</b>
11.1	Richiami dalla teoria . . . . .	117
11.1.1	Forze posizionali . . . . .	117
11.1.2	Forze conservative . . . . .	117
11.2	Calcolo di potenziali discreti . . . . .	117
11.2.1	Potenziale di forza costante . . . . .	117
11.2.2	Potenziale di forza centrifuga su punto . . . . .	118
11.2.3	Potenziale di forza elastica su punto . . . . .	119
11.2.4	Potenziale di interazione elastica tra due punti . . . . .	120
11.3	Potenziali di sollecitazioni continue . . . . .	120
11.3.1	Potenziale di sollecitazione costante . . . . .	120
11.3.2	Potenziale di sollecitazione centrifuga . . . . .	121
<b>12</b>	<b>EQUAZIONI CARDINALI</b>	<b>123</b>
12.1	Equazioni cardinali della dinamica . . . . .	123
12.1.1	Prima equazione . . . . .	123
12.1.2	Seconda equazione . . . . .	124
12.1.3	Osservazione sulle forze interne . . . . .	124
12.2	Equazioni cardinali della statica . . . . .	124
12.2.1	Premessa di teoria . . . . .	124
12.2.2	Scala discreta . . . . .	124
12.2.3	Scala . . . . .	126
12.3	Uso delle equazioni cardinali . . . . .	128
12.3.1	Punto mobile sopra una retta in piano rotante . . . . .	128
12.3.2	Generalizzazione: punto su retta inclinata . . . . .	130
12.3.3	Punto su asta mobile . . . . .	132
12.3.4	Punto su asta con molla in piano rotante . . . . .	133
12.3.5	Generalizzazioni dei problemi precedenti . . . . .	136
12.3.6	Asta e punto con dispositivo motore . . . . .	137
12.3.7	Asta con dispositivo motore e punto sovrapposto . . . . .	138
12.3.8	Punto e asta con estremi sugli assi . . . . .	139
12.3.9	Punti su asse collegati da molla . . . . .	143
12.3.10	Due punti con molla mobili su circonferenza . . . . .	143
12.3.11	Disco orizzontale con punto sul bordo . . . . .	145
12.3.12	Disco rotolante con punto saldato . . . . .	147
12.3.13	Carrucola e punto con molla . . . . .	149
12.3.14	Disco rotolante con asta diametrale saldata . . . . .	152
12.3.15	Punto su lato di lamina triangolare . . . . .	154
12.3.16	Punto su lato di lamina triangolare con molla . . . . .	157
12.3.17	Asta fissa in un piano rotante verticale . . . . .	159
12.3.18	Asta scorrevole e rotante . . . . .	160
12.3.19	Asta girevole con punto su piano rotante . . . . .	161
12.3.20	Carrucola con peso e filo . . . . .	163
12.3.21	Asta rototraslante in terna traslante . . . . .	165

12.3.22	Asta rotante intorno a $G$ scorrevole su asse . . . . .	168
12.3.23	Disco in piano verticale rotante con molla-punto . . . . .	169
12.3.24	Asta e disco verticali collegati da molla . . . . .	172
12.3.25	Asta con $G$ mobile in piano rotante . . . . .	175
<b>13</b>	<b>PRINCIPIO dei LAVORI VIRTUALI</b>	<b>177</b>
13.1	Richiami dalla teoria . . . . .	177
13.1.1	Vincoli ideali . . . . .	177
13.1.2	Principio Lavori Virtuali . . . . .	177
13.2	Problemi di statica dei sistemi olonomi . . . . .	178
13.2.1	Equilibrio del pendolo semplice . . . . .	178
13.2.2	Punto su circonferenza con molla . . . . .	179
13.2.3	Uso del PLV in vincoli unilaterali . . . . .	180
13.2.4	Carrucola con peso, filo e molla . . . . .	181
<b>14</b>	<b>EQUAZIONI DEL MOTO</b>	<b>183</b>
14.1	Premessa . . . . .	183
14.2	Teorema forze vive . . . . .	183
14.2.1	Teoria . . . . .	183
14.2.2	Applicazioni . . . . .	184
14.3	Equazioni di Lagrange . . . . .	185
14.4	Problemi su equazioni di Lagrange . . . . .	186
14.4.1	Punto su asse rotante . . . . .	186
14.4.2	Punto su asta con molla . . . . .	186
14.4.3	Disco che rotola su lamina triangolare mobile . . . . .	187
14.4.4	Asta in piano rotante . . . . .	188
14.4.5	Punto libero in piano orizzontale . . . . .	191
14.4.6	Asta-disco legati da molla . . . . .	193
14.4.7	Asta rotante intorno a $G$ scorrevole su asse . . . . .	194
<b>15</b>	<b>STABILITA' DI UNA POSIZIONE di EQUILIBRIO e ...</b>	<b>197</b>
15.1	Punto materiale in piano rotante . . . . .	197
15.2	Oscillazioni pendolo composto . . . . .	199
15.3	Disco rotolante con punto saldato . . . . .	200
15.4	Oscillazioni disco-punto su piano verticale . . . . .	202
15.5	Asta rotante intorno a $G$ scorrevole su asse . . . . .	205
15.6	Biforcazioni dell'equilibrio . . . . .	209
15.6.1	Equilibrio del pendolo in piano rotante . . . . .	209
<b>16</b>	<b>SISTEMI CON MOTI RELATIVI INTERNI</b>	<b>211</b>
16.1	Premessa . . . . .	211
16.2	Punto mobile sopra un'asta rotante . . . . .	211
16.3	Punto mobile su bordo disco . . . . .	212
16.4	Punto mobile su asta . . . . .	213
16.5	Disco rotolante su asta . . . . .	215
16.6	Asta e disco con molla in piano verticale . . . . .	219
<b>17</b>	<b>DINAMICA del CORPO RIGIDO</b>	<b>221</b>
17.1	Rotolamento puro con attrito volvente . . . . .	221

<b>18</b>	<b>PROBLEMI RICAPITOLATIVI</b>	<b>227</b>
18.1	Confronti tra moti relativi . . . . .	227
18.2	Asta in piano con $G$ scorrevole su asse . . . . .	229
18.3	Asta e disco con molla in piano verticale . . . . .	234
18.4	Disco in piano rotante con punto . . . . .	236
18.5	Asta rotante intorno a $G$ mobile su asse . . . . .	239
18.6	Disco orizz.le con punto mobile mobile su un raggio . . . . .	243